Apellidos: ______________________________ **Nombre:** ____________________

IMPORTANTE

- Duración del examen: **90 minutos**
- No olvide anotar el nombre y los apellidos en todas las hojas de examen, incluido el enunciado de examen
- No se permite ningún tipo de documentación
- Las respuestas se entregarán en hojas de examen
- Se entregarán las hojas de examen, incluido el enunciado de examen, dobladas por la mitad

1. (30 puntos) Sea el sistema de control digital mostrado en la figura 1.

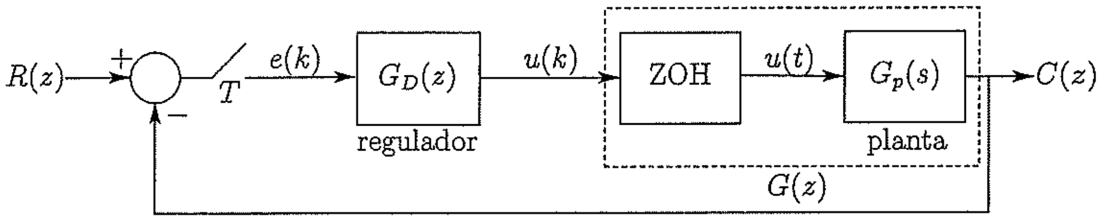


Figura 1: Sistema de control digital considerado.

Si se considera

$$G(z) = \frac{z}{(z-1/2)},$$

determine el período de muestreo T al que ha de operar el sistema para que su respuesta oscile a 50 Hz si se introduce un **regulador PD real** del que se sabe que tanto el cero como el polo son reales, esto es,

$$G_D(z) = K_D \frac{z-\mathbf{c}}{z-\mathbf{p}}, \quad \mathbf{c}, \mathbf{p} \in \mathbb{R}.$$

2. (30 puntos) Justifique la función de transferencia de un controlador PID digital si se aplica el método de integración (aproximación) trapezoidal como método de diseño discreto directo en el contexto de los reguladores de tiempo discreto. Refleje la solución en función de los coeficientes K_p, K_i, K_d que definen el controlador PID analógico a «discretizar». Represente finalmente la ecuación en diferencias que caracteriza la función de transferencia del regulador PID obtenido.

3. (40 puntos) Sea el sistema de control digital mostrado en la figura 2.

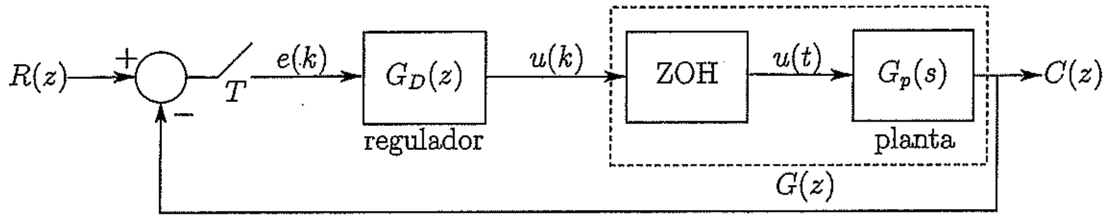


Figura 2: Sistema de control digital considerado.

Si para una planta $G(z)$ de orden 2 cuya expansión en potencias de z obedece a

$$G(z) = 1 \cdot z^{-1} + \cdots ,$$

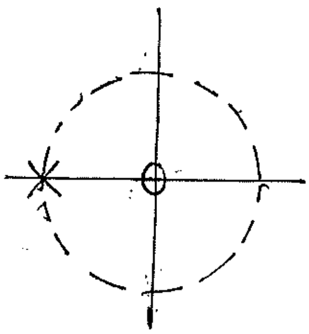
se opta por un filtro FIR $F(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$ a fin de diseñar un controlador $G_D(z)$ de forma que la respuesta en lazo cerrado del sistema presente un tiempo de establecimiento mínimo, con un error en régimen permanente nulo y sin oscilaciones en régimen permanente ante una entrada escalón unidad, ¿qué implicaciones tendría en el sistema regulado el hecho de que se incorpore una restricción adicional a las ya mencionadas cuando se procede con el diseño del regulador $G_D(z)$ y es que la constante estática de error de velocidad $K_v = 2/3$? Se asume un período de muestreo T de 1 s.

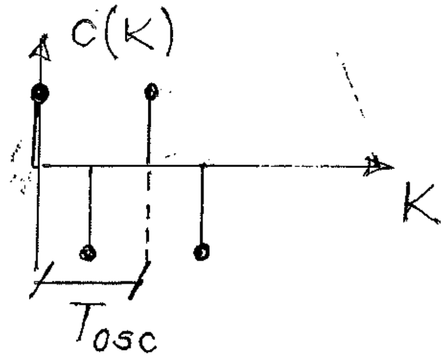
Universidad de Alcalá

Apellidos:	Pág.:
Nombre:	Fecha:
Titulación:	
Asignatura:	Curso / grupo:

1

$$G_D(z) = K_D \cdot \frac{z - 1/2}{z + 1}, \text{ con } K_D \uparrow\uparrow$$





$$T_{osc} = \frac{1}{50\,Hz} = 2 \cdot T \rightarrow T = 0.01\,s\ (10\,ms)$$

Universidad de Alcalá

Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

2

$$U(z) = K_p E(z) + K_i \frac{T}{2}\frac{(1+z^{-1})}{(1-z^{-1})} \cdot E(z) + \frac{K_d}{T}(1-z^{-1})E(z)$$

$$G_{PID}(z) = \frac{K_1 + K_2 z^{-1} + K_3 z^{-2}}{1-z^{-1}} \quad \left\{ \begin{aligned} K_1 &= K_p + \frac{K_i T}{2} + \frac{K_d}{T} \\ K_2 &= \frac{K_i T}{2} - K_p - \frac{2K_d}{T} \\ K_3 &= \frac{K_d}{T} \end{aligned} \right.$$

$$u(k) = u(k-1) + K_1 e(k) + K_2 e(k-1) + K_3 e(k-2)$$

Universidad de Alcalá

Apellidos:	Pág.:
Nombre:	Fecha:
Titulación:	
Asignatura:	Curso / grupo:

(3)

$$F(z) = \overset{0}{\cancel{a_0}} + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$$

$$R(z) = \frac{1}{(1-z^{-1})} \quad ; \quad E(z) = P(z) N(z) = N(z)$$

$$1 - F(z) = (1 - z^{-1}) N(z) \left\{ \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } N(z) = 1 + (1-a_1) z^{-1} \\ \text{RESTO: } 1 - a_1 - a_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$K_v = \lim_{z \to 1} \left[\frac{1 - z^{-1}}{T} \cdot G_D(z) G(z) \right]^{+}$$

$$= \lim_{z \to 1} \left[(1 - z^{-1}) \cdot \frac{F(z)}{(1 - z^{-1}) N(z)} \right]^{+} \qquad 1 - F(z) = (1 - z^{-1}) N(z)$$

$$= \frac{F(z=1)}{N(z=1)} = 2/3 \rightarrow K_v = \frac{1}{N(1)} = 2/3 \rightarrow N(1) = 3/2$$

$$N(1) = 3/2 = 1 + (1 - a_1) \cdot 1 \Rightarrow a_1 = 0.5$$

$$1 - a_1 - a_2 = 0 \Rightarrow a_2 = 0.5$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = F(z) = 0.5 z^{-1} + 0.5 z^{-2}$$

$$C(z) = R(z) \cdot F(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \left(0.5 z^{-1} + 0.5 z^{-2} \right)$$

$$= 0.5 z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \cdots$$

IMPLICACIONES; A FALTA DE MÁS INFORMACIÓN SOBRE $G(Z)$, ES QUE EL SISTEMA HA DE SER DE TIPO 1, PRESENTANDO UN INTEGRADOR SIMPLE, SI SE PRETENDE SATISFACER TODOS LOS REQUERIMIENTOS DE DISEÑO.